

## Soluciones ejercicios tema 4

### a) Ejercicios de autoevaluación

1. En el mercado de coches usados cuando la información es perfecta y simétrica...
  - a. no hay en el mercado coches usados de baja calidad
  - b. no hay en el mercado coches usados de alta calidad
  - c. hay en el mercado coches usados tanto de buena como de baja calidad
  - d. solo puede haber un solo tipo de calidad de coches usados
  
2. En el modelo de Akerlof:
  - a. Los compradores y vendedores desconocen la calidad del coche
  - b. La calidad del coche no se conoce y por tanto no afecta a la transacción
  - c. El problema de información asimétrica se produce durante la realización del contrato
  - d. El mercado de coches de alta calidad se cierra.
  
3. La reputación
  - a. Es consecuencia de la calidad observada en el pasado
  - b. Se consigue y se pierde lentamente
  - c. Puede sustituir a otros mecanismos para superar los problemas de información simétrica ex-ante
  - d. Y la señalización son dos soluciones al problema de información asimétrica ex-post: selección adversa.
  
4. En el modelo de Spence de mercado de trabajo, con la educación como señal
  - a. Si el nivel educativo está bien elegido, el resultado de la señalización puede interesarles a los trabajadores más capacitados
  - b. Si el nivel educativo está bien elegido, el resultado de la señalización de los menos capacitados puede ser positivo
  - c. El coste anual de educarse de los menos capacitados está asociado al nivel de educación que elijan
  - d. El coste anual de educarse de los menos capacitados está asociado al nivel de educación que les corresponda

### b) Material para la reflexión

1) El mercado de coches de segunda mano tendería a desaparecer a largo plazo, debido a problemas de información asimétrica, al estar los vendedores mejor informados que los compradores sobre la calidad del producto. ¿Podría el trato repetido y la reputación contribuir a reducir este problema? ¿Cómo? ¿Qué dificultades ve en confiar en la reputación para superar el problema? ¿Qué instituciones podrían facilitar la función de la reputación en contextos específicos?

El trato repetido y la reputación podrían resolver el problema, pues lo que harían los compradores sería utilizar el conocimiento y la información sobre la calidad observada en el pasado para valorar la posibilidad de efectuar la compra-venta.

El problema que podría aparecer es que la empresa una vez conseguida la reputación de buena calidad, redujese la misma, para tener menores costes de producción y mejorar sus beneficios.

Una forma de evitar este comportamiento oportunista de las empresas que tengan reputación de fabricantes de buena calidad podría ser la evaluación externa de dicha calidad por parte de organismos públicos. Ejemplo: la certificación ISO.

2) La empresa de bebidas Limonada desea lanzar un nuevo refresco al mercado. La calidad de este refresco puede ser buena o mala. Dependiendo de la calidad, habrá muchos o pocos consumidores que consumirán la bebida de forma habitual, una vez la hayan probado, con lo que el producto será un éxito o no. Limonada puede hacer publicidad de su producto (no publicidad informativa, sino sencillamente publicidad sobre la marca, no sobre el producto). Por supuesto, la publicidad supone un coste para la empresa. Analícese cuidadosamente el valor de la publicidad como señal de buena calidad, a pesar de que no tenga influencia directa sobre la calidad del producto. ¿Qué condición ha de verificarse para que la publicidad identifique efectivamente la buena calidad de la bebida?

En este caso el gasto en publicidad está actuando como señal de calidad de la empresa. Como señal, el gasto en publicidad tiene que proporcionar mayores beneficios a la empresa que quiere distinguirse que los que conseguiría si no se diferenciase del resto. Por otra parte, las empresas de baja calidad no deben tener incentivos a imitar esta inversión publicitaria. Como mínimo, la empresa de alta calidad debería invertir en publicidad los beneficios de la empresa de baja calidad para posicionarse de forma distintiva. Así, la empresa de baja calidad no puede posicionarse como buena, no puede imitar el comportamiento de la otra porque tendría pérdidas. La empresa fabricante de bebidas de peor calidad no tiene incentivo a invertir en publicidad, pues aunque realice publicidad, sabe que no puede llegar a posicionarse como vendedora de refrescos de alta calidad. Por tanto, maximiza beneficios sin hacer inversión publicitaria.

3) Un estudio llevado a cabo por una compañía de seguros ha encontrado que los conductores de coches Volvo son los que más veces cometen infracciones al pasarse semáforos en rojo. Afortunadamente, los Volvos son los coches más resistentes a los choques y sus conductores acaban con lesiones menos graves de lo que cabría esperar. Utilizando la teoría desarrollada en clase ofrezca dos posibles explicaciones a la evidencia empírica encontrada en dicho estudio.

Podría ser un problema de riesgo moral. Si los conductores de coches Volvo conducen más descuidadamente porque han comprado un coche resistente y por tanto toman decisiones más arriesgadas, es decir, cambian su forma de conducir después de comprar el coche.

Podría ser un problema de selección adversa si los Volvo por sus características atraen a los peores conductores que por eso después tienen más accidentes

4) Las tres academias militares que existen en Estados Unidos (en West Point, Annapolis y Colorado Springs) exigen a sus estudiantes un período de servicio en las fuerzas armadas después de su graduación. ¿A qué creen que se debe esta práctica?

Una explicación común a esta práctica es considerarla como simplemente un modo de hacer que los estudiantes devuelvan el coste de la educación universitaria que han recibido a expensas del Estado. Si fuera correcta, debería esperarse que a los graduados en las academias se les pagara

menos que a quienes se incorporan a las fuerzas armadas después de completar su educación universitaria, costeada por sus propios medios; ello es contrario a los hechos.

Una explicación alternativa es que los militares desean atraer candidatos que tengan un interés genuino en la carrera militar, con independencia de su capacidad de costearse una educación terciaria. El peligro de ofrecer una educación gratuita sin la obligación del servicio en las fuerzas armadas es que algunos candidatos pueden estar interesados en la educación gratuita y no la en la carrera militar. Éstos serán probablemente disuadidos de presentar sus candidaturas por el régimen de las academias y el requerimiento del servicio posterior.

Piénsese que en la AGM de Zaragoza, la criba se hace al principio, en el mes de instrucción, en el que se dan muchas bajas por parte de cadetes que quizás entienden que la forma de vida que les espera no es la idealizada previamente.

### **c) Ejercicios matemáticos**

1) Las viviendas de dos vecinos de una comunidad de propietarios, Able y Baker dan a un pequeño patio. La comunidad está considerando la posibilidad de plantar a un árbol cuyo coste es 40 dólares. Todos coinciden en que la valoración que Able da a tener el árbol es o 100 o 0 dólares. La probabilidad de que el árbol valga 100 dólares para Able es  $p$ , un número entre 0 y 1. De modo similar, Baker valora el árbol o bien en 70 dólares (con una probabilidad  $r$ ) o bien en 0 dólares. Able y Baker son las únicas personas que podrán disfrutar de la vista del árbol. La comunidad decide preguntarles sus valoraciones; si ambos dicen querer el árbol, éste será plantado y su coste compartido a partes iguales por los dos vecinos; si sólo uno de ellos expresa su deseo de tener el árbol, se plantará igualmente, pero su coste será soportado enteramente por esa persona; si ninguno muestra interés, no se plantará.

Deduzca la restricción de compatibilidad de incentivos para cada individuo y calcule los valores de  $p$  y  $r$  que las hacen compatibles con el ofrecimiento de contribuir al pago de la instalación del árbol justamente cuando es verdaderamente valorada por el individuo en cuestión. Sea ahora  $q_A$  la probabilidad de que el árbol sea plantado cuando sólo Able ofrece pagarlo y  $q_B$ , la probabilidad de que lo sea cuando sólo Baker lo ofrece. Si  $p = 0,7$  y  $r = 0,8$ , ¿cuáles son los mayores valores de  $q_A$  y  $q_B$ , consistentes con la revelación sincera de la intención de pagar?

### **SOLUCIÓN:**

a) Supongamos que Baker informa honestamente. Entonces, cuando la valoración de Able es en realidad 100, confesar ese valor se traducirá en un pago de  $(100-20)$  con probabilidad  $r$ , que ocurre cuando Baker reporta un valor de \$ 70 y por tanto comparten los gastos, mientras que con probabilidad  $(1-r)$  el resultado de Able será  $(100-40)$ , que resulta cuando Baker declara un valor de cero y Able tiene que financiar el árbol solo (al final de la resolución se adjunta una tabla para observar el problema en forma de “tabla”).

El pago esperado de Able si revela con honestidad un valor de \$ 100, es:

$$r(100-20) + (1-r)(100-40).$$

Si en cambio, Able declara una valoración de cero, su resultado esperado será  $r(100-0) + (1-r) \cdot 0$ . La restricción de compatibilidad de incentivos requiere que la primera cantidad sea como mínimo tan grande como la segunda:

$$r(100-20) + (1-r)(100-40) \geq r(100-0) + (1-r) \cdot 0$$

Se cumple para  $r \leq 3/4$ . La restricción de compatibilidad de incentivos para Baker será:

$$p(70-20) + (1-p)(70-40) \geq p(70-0) + (1-p) \cdot 0$$

Es decir se cumple si  $p \leq 3/5$ .

b) En este caso, el resultado esperado de Able asociado a declarar su verdadero valor será:  $r(100-20) + (1-r)[q_A(100-40) + (1-q_A)0]$  que tiene que ser comparado con el pago esperado de declarar un valor de cero:  $r[q_B(100-0) + (1-q_B)0] + (1-r) \cdot 0$ .

Ahora la restricción de compatibilidad de incentivos:

$$r(100-20) + (1-r)[q_A(100-40) + (1-q_A) \cdot 0] \geq r[q_B(100-0) + (1-q_B) \cdot 0] + (1-r) \cdot 0.$$

Utilizando  $r = 0,8$  y simplificando:

$$(3.1) \quad 16 + 3q_A \geq 20q_B.$$

Análogamente, la restricción de Baker será:

$$p(70-20) + (1-p)[q_B(70-40) + (1-q_B) \cdot 0] \geq p[q_A(70-0) + (1-q_A) \cdot 0] + (1-p) \cdot 0.$$

Si  $p = 0,7$  y simplificando:

$$(3.2) \quad 35 + 9q_B \geq 49q_A.$$

Tomando las expresiones (3.1) y (3.2) se obtiene que  $q_A \leq 844/953$  y  $q_B \leq 889/953$ .

El planteamiento matemático puede observarse fácilmente a partir de la representación del problema en forma de tabla como aparece a continuación:

**Matriz de pagos (beneficios – costes asumidos) de Able y Baker**

		Able	
		Plantar (p)	No plantar (1-p)
Baker	Plantar (r)	(80,50) A B	(100,30) A B
	No plantar (1-r)	(60,70) A B	(0,0) A B

→  $\left\{ \begin{array}{l} q_B (100, 30) \\ 1-q_B (0,0) \end{array} \right.$

↓  $\left\{ \begin{array}{l} q_A (60, 70) \\ 1-q_A (0,0) \end{array} \right.$

2) Un vendedor de coches usados y un comprador potencial negocian el precio de un coche de segunda mano. El vendedor estima que el comprador valora el coche en 500 dólares, con una

probabilidad  $x$ , y en 1.000 dólares con probabilidad  $(1-x)$ . El comprador cree que el coche vale para el vendedor 250 dólares con una probabilidad de  $(1-x)$ , o 750 dólares con probabilidad  $x$ . ¿Bajo qué circunstancias ocurriría la venta? Si las valoraciones declaradas son 250 y 500 para el vendedor y comprador respectivamente el precio de intercambio es 500 y si son de 750 y 1000 el precio se fija en 750. Si un dictador especifica que la venta habría de hacerse a un precio  $p$  cuando el vendedor declare una valoración de 250 dólares y el comprador declare 1.000, deduzca dos condiciones de  $p$  que aseguren que ambas partes declaren con sinceridad. Encuentre el valor de  $x$  que hace que ambas restricciones por incentivos se satisfagan exactamente como igualdades. Note que para valores de  $x$  más bajos, la venta tiene más probabilidades de ser eficiente aunque no siempre será realizada. Explique por qué.

### SOLUCIÓN

Existen beneficios potenciales del intercambio siempre que la valoración del coche es más alta para el comprador que para el vendedor. En este ejemplo, si asumimos que las valoraciones son independientes, es posible realizar un intercambio en todas las situaciones excepto aquella en la que el coche vale \$ 750 para el vendedor y \$ 500 para el comprador. Esta situación se produce con probabilidad  $x^2$ , ya que las probabilidades de que el coche valga \$ 750 para el vendedor y \$ 500 para el comprador son  $x$  para cada uno. Por tanto, la probabilidad de que exista intercambio es  $1-x^2$ , que es una función decreciente en  $x$ .

Las restricciones de compatibilidad de incentivos cuando la valoración cierta es de 250 \$ para el vendedor y 1000 \$ para el comprador son:

		Comprador	
		500\$ ( $x$ )	1000\$ ( $1-x$ )
Vendedor	250\$ ( $1-x$ )	500	$p$
	750\$ ( $x$ )	-	750

Seller: gains from truthfully reporting  $\geq$  gains from lying  
 $(500-250)x + (p-250)(1-x) \geq x \cdot 0 + (750-250)(1-x)$

$$p \geq \frac{750-1000x}{1-x}$$

Buyer:  $(1-x)(1000-p) + x(1000-750) \geq (1-x)(1000-500) + x \cdot 0$

$$p \leq \frac{500-250x}{1-x}$$

It is possible to find a price  $p$  to satisfy these constraints when the right hand side of the second exceeds that of the first:

$$\frac{750-1000x}{1-x} \geq \frac{500-250x}{1-x} \Rightarrow x \geq \frac{1}{3}$$

Si  $x = 1/3$ , entonces  $p$  debe ser 625. Con estos valores, el comprador y el vendedor evitan tergiversar sus valores porque, con  $x$  relativamente grande, la “exageración o impostura” es muy probable que resulte no intercambio. Cuando  $x$  disminuye, la probabilidad de que el intercambio sea eficiente, existan ganancias asociadas al intercambio (que es  $1-x^2$ ) aumenta. Finalmente, si  $x < 1/3$ , si la otra parte es honesta, hay incentivos a exagerar (declarar valores distintos), porque es poco probable que no haya intercambio. Por lo tanto, una parte encontraría rentable exagerar.

3) Telefónica emplea para la fabricación de sus cables de fibra óptica un material suministrado por Cabletel. Actualmente se encuentra negociando con esta segunda empresa el precio del material a suministrar durante el próximo año. Cabletel valora el metro de material o bien en 70 u.m. (u.m. = unidades monetarias), con una probabilidad de  $q$  ó bien en 120 u.m. con una probabilidad de  $(1-q)$ . Para Telefónica el valor del metro de material es ó bien de 100 u.m con una probabilidad de  $(1-q)$  ó bien de 200 u.m. con una probabilidad  $q$ . Si Telefónica declara una valoración de 100 y Cabletel de 120 no hay transacción. Si las declaraciones son respectivamente de 100 y 70 el precio se fija en 100 y si son de 200 y 120 el precio se fija en 120. El precio se fija en  $p$  si las valoraciones son de 200 y 70. Teniendo en cuenta estos datos,

- Calcule el precio  $p$  que crea incentivos para que las partes sean honestas.
- Calcule el valor de  $q$  máximo para que este mecanismo de incentivos pueda funcionar.

### **SOLUCIÓN:**

Planteamos las restricciones de compatibilidad de incentivos:

$$[\text{Cabletel-Vendedor}]: (100-70)*(1-q)+(p-70)*q \geq (120-70)*q$$

Despejando el precio  $p \geq 150-30/q$

$$[\text{Telefónica-Comprador}]: (200-p)*q+(200-120)*(1-q) \geq (200-100)*q$$

Despejando el precio  $p \leq 20+80/q$

Si utilizamos las dos expresiones del precio

$$20+80/q \geq 150-30/q \text{ de donde } q \geq 11/13.$$

Si  $q=11/13$  el precio debe ser 114,54.

4) En el mercado de los coches usados los vendedores disponen de dos tipos de coches: los malos (tipo M) y los buenos (tipo B). Supongamos que cada vendedor sólo tiene un coche para ofrecer y que en el mercado hay una fracción  $p$  de vendedores con coches buenos y una fracción  $(1-p)$  de vendedores con coches malos. Los coches buenos se pueden vender a 800 um, mientras que los malos sólo se venden a 300um. Desafortunadamente, los compradores no son capaces de distinguir entre los dos tipos de coches. Todavía, los vendedores pueden ofrecer una garantía por un número de años a partir de la fecha del contrato de compraventa. La garantía tiene un coste para el vendedor de 200um por año por los coches de tipo M y de 100 um por los coches de tipo B, ya que los coches de peor calidad se estropean más veces. Según los datos del problema.

- Escriba las dos restricciones de autoselección.
- Determine cuantos años de garantía tiene que ofrecer un vendedor de coches B, si el nivel elegido por los vendedores de tipo M es 0.
- Determine el intervalo de valores de  $p$  tal que los vendedores de coches B estarían mejor si no hubiera garantía.

### **SOLUCIÓN:**

a y b) La primera condición sería:

$$P_B - C_{B,t_B} > P_M - C_{B,t_M}$$
$$800-100.t_B > 300 - 100.t_M$$

Considerando  $t_M=0$

$$t_B < 5$$

La segunda condición sería:

$$P_M - C_M t_M > P_B - C_M t_B$$
$$300 - 200 t_M > 800 - 200 t_B$$

Considerando  $t_M=0$

$$t_B > 2,5$$

c) Sin señales el beneficio que obtendrían los coches tipo B, sería el precio promedio, ya que no emite señales y no tiene coste:

$$\text{Precio promedio} = 300(1-p) + 800p = 300 + 500p$$

Mientras que el mayor beneficio que obtenía B, lanzando una señal eficaz ( $t_B=2,5$  considerando el extremo) =  $800 - 100 \times 2,5 = 550$

Para que esté mejor sin señal que con señal:

$$300 + 500p > 550$$

$$P > 0,5$$

5) Los propietarios de coches de calidad alta venden por 8.000 o más euros. Los de calidad baja por 5.000 euros o más. Los compradores pagan a lo sumo 10.000 por uno de calidad alta y 6.000 por uno de calidad baja.

Ahora supondremos que los vendedores pueden ofrecer una garantía que cuesta a los de tipo A 500 euros al año y a los del tipo B 2000 euros por año. Estudiamos si A está interesado en ofrecer una garantía y cuál será la duración de la misma. El punto crucial es que para que la garantía ofrecida por A señale calidad alta, a B no le debe interesar ofrecer esa misma garantía.

### SOLUCIÓN

Si B ofrece la misma garantía que A, podrá vender a 10.000. Si no la ofrece y A sí lo hace, tendrá que vender a 6.000 euros. Ofreciendo la garantía gana 4.000 por coche. Estará dispuesto a ofrecer, como mucho,  $4.000/2.000 = 2$  años.

Por su parte, el A deberá ofrecer una garantía superior a 2 años. Los compradores pagarían 10.000 y A ganaría por coche  $10.000 - 6.000 = 4.000$ . Como la garantía le cuesta 500 por año, podrá ofrecer hasta  $4.000/500 = 8$  años.

En total ofrecerá una garantía de un poco más de 2 años. Como B no puede igualar esa garantía, le permite diferenciarse.

6) Imagine un mercado de trabajo donde los trabajadores conocen su propia productividad, mientras que las empresas no la conocen ex ante. Se puede llegar a una situación de selección

adversa en la que solo se contraten a los trabajadores menos productivos. Suponga que hay 4 tipos de trabajadores, y un número igual de trabajadores de cada tipo. Los trabajadores pueden trabajar para una de las empresas que compiten para contratarles o pueden trabajar por su cuenta. La productividad de los trabajadores es diferente si trabajan para una empresa que si trabajan por su cuenta.

En concreto, la productividad de los trabajadores es:

Tipo de trabajador	Por su cuenta	En la empresa
1	60	56
2	50	43
3	30	28
4	10	13

- a. ¿Qué ocurriría si la productividad fuese observable por parte de la empresa? ¿Qué salario recibiría cada trabajador? ¿Sería un resultado eficiente?
- b. ¿Qué ocurriría si la productividad no fuese observable por la empresa? ¿Qué salario recibiría cada trabajador? ¿Sería eficiente el resultado?

### SOLUCIÓN:

- a) Si la productividad fuese observable, cada trabajador recibiría en la empresa un salario igual a su productividad. Sería un resultado eficiente, ya que cada trabajador recibe acorde a lo que aporta.
- b) Si las empresas no pudiesen observar la productividad, ofrecerán un salario igual a la productividad media del conjunto de los trabajadores, es decir  $(56+43+28+13)/4=35$ . Para ese salario los del tipo 1 y 2 no querrán trabajar en la empresa ya que ganan 60 y 50 euros por su cuenta respectivamente. Si las empresas anticipan que se marcharán esos dos trabajadores, deberían ofrecer un salario de sólo  $(28+13)/3=13.66$ . Entonces los de tipo 3 también decidirán trabajar por su cuenta (ganan 30), y al final sólo quedaría el trabajador de tipo 4, siendo ineficiente porque se queda en la empresa el menos productivo (si bien recibe un sueldo acorde a su productividad).

7) Dos concesionarios de coches usados compiten uno al lado del otro de una misma carretera principal. El primero, Octavio's Sidecar, vende siempre coches de alta calidad, que inspecciona siempre de forma cuidadosa y presta servicio de reparación si lo necesita. En media, a Octavio le cuesta 8.000 € comprar y entregar correctamente cada coche que vende. El segundo concesionario, Motores Corbani, siempre vende coches de baja calidad. En media le cuesta solamente 5.000 € cada coche que vende.

Si los consumidores supiesen la calidad de los coches de segunda mano que están comprando, pagarían gustosamente en media 10.000 € por los coches de Octavio, y solamente 7.000 € en media por los coches de Corbani. En cambio si los consumidores no pueden distinguir la calidad del coche que compran y piensan que hay un 50% de probabilidades de finalmente adquirir un coche de alta calidad, pagarán 8.500 € por coche.

Octavio ha tenido una idea genial, ofrecer una garantía total para todos los coches que vende. El sabe que la garantía para  $Y$  años le costará  $500.Y$  € en media, y además sabe que Motores Corbani, si intenta vender la misma garantía le costará  $1.000Y$  € de media.

- a) Suponga que Octavio ofrece garantía de un año para todos los coches que vende.
- ¿Cuál es el beneficio de Motores Corbani si no ofrece ese año de garantía? ¿Y si ofrece la garantía de ese año?
  - ¿Cuál es el beneficio de Octavio, si Motores Corbani no ofrece un año de garantía? ¿Y si ofrece un año de garantía?
  - ¿Igualará el año de garantía Motores Corbani al ofrecido por Octavio's Sidecar?
  - ¿Es buena la idea de Octavio de ofrecer un año de garantía?
- b) ¿Qué ocurrirá si Octavio ofrece dos años de garantía? ¿Generaría una señal creíble de calidad? ¿Y qué ocurre si da tres años de garantía?
- c) Si usted fuese un consultor especializado al que Octavio acudiese para que le ayudase a decidir, ¿por cuánto tiempo le recomendaría extender dicha garantía? Explique la razón.

### SOLUCIÓN:

**a)** Sin ofrecer garantía, Corbani es capaz de ganar 2.000 € por coche (7.000 – 5.000). Si hubiese ofrecido garantía, cada coche le costaría ahora a Corbani 6.000€, pero como los consumidores no podrían determinar la garantía del coche, estarían dispuestos a pagar hasta 8.500€ por un coche, y entonces Corbani ganaría 2.500 € por coche (8.500 – 6.000).

Si Corbani no ofrece un año de garantía, entonces Octavio puede comprar los coches por 8.000€ venderlos por 10.000 € y generar un beneficio de 1.500 € por coche tras un pago de la garantía de 500 €. Si Corbani ofrece un año de garantía entonces Octavio sólo podrá vender coches por 8.500 € y la compañía no tendrá beneficios.

Corbani igualará la oferta de Octavio porque si lo hace sus beneficios aumentan de 2.000 a 2.500 € por coche.

Octavio no debería ofrecer un año de garantía a no ser que piense que Corbani actuará irracionalmente y no ofrecerá dicha garantía también. Dado que Corbani igualará la garantía, es mejor que Octavio no la ofrezca desde el principio.

**(b)** Si Octavio ofrece dos años de garantía, cada coche costará 9.000 €. El ganará 1.000 € por coche dado que los consumidores reconocerán la mayor calidad de su producto. Corbani no ofrecerá dos años de garantía porque si lo hace sólo ganará 1.500€ por coche, que es menor de los 2.000 € que ganaría sin ofrecer la garantía. Por tanto, los dos años de garantía es una señal creíble.

Con tres años de garantía Octavio ganaría 500€ por coche, lo mismo que si no hubiese señalado la mayor calidad de sus coches mediante garantía. Por tanto, Octavio no dará 3 años de garantía.

**(c)** Octavio tendrá que ofrecer una garantía lo suficientemente amplia para que Corbani no encuentre rentable igualarla. Si denotamos “t” como el número de años de garantía, entonces Corbani ofrecerá una ganaría cuando:

$$7000-5000 \geq 8500-5000-1000t, \text{ ó } t \geq 1,5$$

Será entonces cuando usted avisará a Octavio para que ofrezca una garantía por 1,5 años por coche, de modo que a Corbani no le saldrá rentable igualar la oferta.

**NOTA:RECUERDE QUE ESTE EJERCICIO SUPONE EXPLÍCITAMENTE QUE SI NO SE PUEDE DISTINGUIR LA CALIDAD DE LOS COCHES, SE VENDEN TODOS AL PRECIO DE 8500**

8) Una línea aérea tiene 2 tipos de clientes: turistas y ejecutivos. Suponemos que hay  $n$  ejecutivos y  $m$  turistas. Los ejecutivos están dispuestos a pagar como máximo 1.200 euros por un viaje, los turistas 600 euros. El coste para la empresa si transporta  $v$  viajeros es:  $9000 + 400v$ , donde  $v=m+n$ . Si la empresa observa el tipo de viajeros, cobrará 1.200 a los ejecutivos y 600 a los turistas (información completa). Si no lo observa debe cobrar un único precio. Si sólo ofrece un tipo de billete no canjeable, ¿Qué precios podría fijar y quienes viajarían? Suponga ahora que la empresa quiere ofrecer dos tipos de billetes: un billete tipo E con derecho a cancelación con reintegro íntegro y otro tipo T sin posibilidad de cancelar y que sabe además que el ejecutivo aplaza su viaje con una probabilidad de 0.45 mientras que el turista nunca lo hace.¿Cómo deben ser los precios de estos billetes para que los turistas estén mejor comprando el billete tipo T y los ejecutivos el tipo E?

**SOLUCIÓN:**

Si no hay información completa y se ofrece un billete único, el precio que fijará puede ser de 600 o de 1.200.

Si cobra 600 euros ganará:

$600(m+n) - 9.000 - 400(m+n)$  ya que todos adquieren el billete.

Si cobra 1.200 euros ganará:

$1.200n - 9.000 - 400n$ , ya que sólo lo adquieren los ejecutivos.

Cobraré 600 si  $m > 3n$ .

Si la empresa puede ofrecer dos tipos de billetes: ofrecerá la T a un precio de 600 sin posibilidad de reembolso y la comprarán los turistas. Y un billete tipo E a un precio superior  $p$  que permite cancelar el billete. ¿Cuál es el precio de este billete?

Los turistas prefieren la T y pagan 600.

Los ejecutivos preferirán la opción E si con E pagan menos en términos esperados:

$0,45(0) - (1-0,45)p < 600$  donde  $p=1090$

Los tipos de clientes se separan con estas ofertas. Ahora quedaría comprobar que la empresa tiene mayores beneficios si realiza la criba y separa a los turistas de los ejecutivos que si no realiza la criba.

9) Supóngase que, en el contexto del ejemplo sobre el modelo de Spence de la educación como señal, los trabajadores de alta capacidad son relativamente más numerosos, constituyendo un 80 % de la fuerza de trabajo, y los costes de adquisición de la formación y las productividades son :  $C_H = 10$  dólares y  $C_L = 20$  dólares, mientras que los salarios son 50 dólares para los trabajadores de alta productividad y 20 dólares para los de baja. Determine cuál debe ser el nivel de estudios,  $E_H$  a alcanzar por los trabajadores de alta capacidad para que sea una señal creíble si el nivel

elegido por los de baja capacidad es 0. Demuestre que los trabajadores de alta capacidad estarían mejor si no hubiera señales (por ejemplo, si  $CH$  creciera hasta 20 dólares).

**SOLUCIÓN:**

La información sintetizada se muestra en el siguiente cuadro:

	Porcentaje $\Theta$	Costes (C)	Salario (W)
Alta capacidad (H)	0,8 $\Theta$	10	50
Baja capacidad (L)	0,2 $(1-\Theta)$	20	20

a) ¿Cuál debe ser  $E_H$  si  $E_L=0$ ?

Plantearemos las dos condiciones estudiadas en este tema, y sustituiremos el valor de  $E_L=0$ . La primera de ellas, que sea mejor emitir la “señal” para los trabajadores de alta capacidad que no emitirla:

$$\begin{aligned}
 W_H - C_H \cdot E_H &\geq W_L - C_H \cdot E_L \\
 50 - 10 \cdot E_H &\geq 20 - 10 \cdot 0 \\
 E_H &\leq (50 - 20) / 10 \\
 E_H &\leq \mathbf{3}
 \end{aligned}$$

De modo que el salario neto sería en el extremo de esa desigualdad ( $E_H=3$ ):

$$W_{\text{Neto}} = W_H - C_H \cdot E_H = 50 - 10 \cdot 3 = \mathbf{20}$$

La segunda de las condiciones es que el otro agente no pueda emitir la señal porque no le salga rentable:

$$\begin{aligned}
 W_L - C_L \cdot E_L &\geq W_H - C_L \cdot E_H \\
 20 - 20 \cdot 0 &\geq 50 - 20 \cdot E_H \\
 E_H &\geq (50 - 20) / 20 = \mathbf{1,5}
 \end{aligned}$$

De modo que el salario neto sería en el extremo  $E_H=1,5$ :

$$W_{\text{Neto}} = W_H - C_H \cdot E_H = 50 - 10 \cdot 1,5 = 50 - 15 = \mathbf{35}$$

Por tanto  $E_H$  tendría que ser  $\mathbf{1,5} \leq E_H \leq \mathbf{3}$ , obteniendo el mejor resultado (salario neto) en el caso de que  $E_H$  fuese 1,5.

b) Sin señales el salario promedio sería una media proporcional o ponderada, del salario de cada colectivo por su porcentaje respecto al total:

$$W_{\text{promedio}} = 0,8 \times 50 + 0,2 \times 20 = 44$$

Este salario promedio (sin emitir señal), lo compararíamos con el salario máximo ( $E_H=1,5$ ) que tendrían los de alta capacidad en el caso de emitirla en cuyo caso nos dice el enunciado que supongamos un coste de  $C_H=20$ :

$$W_{\text{promedio}} = 44 > W_{\text{neto (con } E_H=1,5; C_H=20)} = 50 - 1,5 \cdot 20 = 20$$

Por tanto estaría mejor sin emitir la señal que emitiéndola, al ganar 44 si no emite, frente a los 20 emitiendo.

10) Supongamos que en el mercado hay dos tipos de trabajadores que se diferencian por su productividad. Los trabajadores de tipo  $k^B$  tienen una productividad  $k = 2$ , mientras que la de los trabajadores de tipo  $k^M$  es  $k = 1$ . El coste de conseguir un cierto nivel de educación es mayor para las personas de tipo  $k^M$  que para las de tipo  $k^B$ . En particular, denotando por  $e$  el nivel de educación, su coste para un trabajador de tipo  $k$  es  $e(e; k) = e/k$ . La función de utilidad de un individuo de tipo  $k$  es  $U(w, e; k) = w - e(e; k)$ . ¿Tiene el nivel de educación alguna influencia sobre la productividad de un agente? ¿Cuál es el nivel óptimo de educación si las empresas tienen la misma información que los trabajadores sobre  $k$ ? Supongamos ahora que la productividad de un trabajador no es observable para las empresas, pero que el nivel de educación conseguido sí lo es. Supongamos, además, que las empresas creen que un nivel de educación superior a un cierto nivel  $e^0$  es señal de que la productividad es alta, mientras que un nivel inferior señala la productividad baja. Esto les lleva a ofrecer un salario  $w(e) = 2$  si  $e \geq e^0$  y  $w(e) = 1$  si  $e < e^0$ . Ante estos salarios, calcúlese el nivel de educación que elegirá cada tipo de agente.

¿Cómo tiene que ser el nivel  $e^0$  para que efectivamente señale a los trabajadores de buena productividad?

Pruébese que, para los valores de  $e^0$  encontrados en el apartado anterior, las creencias de las empresas son coherentes en equilibrio.

### SOLUCIÓN:

Tenemos:

- Dos tipos de productividades:  $K^B$  ( $K = 2$ , alta) y  $K^M$  ( $K = 1$ , baja)
- Nivel de educación:  $e$
- Costes de adquirir educación:  $C[e,k] = e/k$
- Utilidad del agente:  $U(w,e,k) = W - c[e,k]$

Las condiciones de partida son que las empresas desconocen la productividad ( $k$ ), y existe un mercado laboral muy competitivo por lo que hay que señalar para poder diferenciarse. Las empresas piensan que el individuo tiene una alta productividad cuando superan un cierto nivel de educación. Es decir:

$$K=2 \quad \text{si} \quad e \geq e^0 \quad \rightarrow \quad w(e)=2 \quad \text{si} \quad e \geq e^0$$

$$K=1 \quad \text{si} \quad e < e^0 \quad \rightarrow \quad w(e)=1 \quad \text{si} \quad e < e^0$$

La cantidad de educación elegida  $\varepsilon [0, e^0]$ , si bien los agentes elegirán uno de los dos extremos, 0 ó  $e^0$ , dado que un nivel de educación inferior a  $e^0$  genera costes para el trabajador que no consiguen señalar gran productividad.

Por tanto:

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{- El agente B: } W_B - C_B E_B \geq W_M - C_B E_M \\
 \quad \quad \quad 2 - e^0/2 \geq 1 \\
 \quad \quad \quad e^0 < 2 \\
 \text{- El agente M: } W_M - C_M E_M \geq W_B - C_M E_B \\
 \quad \quad \quad 1 \geq 2 - e^0 \\
 \quad \quad \quad -1 \geq -e^0 \\
 \quad \quad \quad e^0 > 1
 \end{array} \right\} e^0 \varepsilon [1,2]$$

No hay un punto único de educación, sino un continuo. Cuando un agente elija un nivel educativo entre 1 y 2, entonces  $K=2$ . De modo que:

$$\text{Si: } \left\{ \begin{array}{l}
 k=1, \text{ entonces } e^0=0 \\
 K=2, \text{ entonces } e^0 \varepsilon [1,2]
 \end{array} \right.$$

Si esto ocurre así, entonces el trabajador de tipo “M” adquirirá un nivel educativo  $e^0=0$ , dado que no existe un nivel de educación  $e>0$  donde esté mejor. Y por tanto el individuo “B” adquirirá  $e^0=1$  (de entre 1 y 2) dado que es el que menos costes tiene de entre ambos extremos.

Para que se dé el equilibrio separador los agentes no deben tener incentivos a engañar:

$$\begin{array}{l}
 \text{A) } U^{B*} - V^B \geq U^{M*} \text{ para B, siendo } V^B \text{ el coste de señalarse como B} \\
 U^{M*} \geq U^{B*} - V^M \text{ para M, siendo } V^M \text{ el coste de señalarse como M}
 \end{array}$$

Reagrupando términos:

$$\left. \begin{array}{l}
 V^B \leq U^{B*} - U^{M*} \\
 V^M \geq U^{B*} - U^{M*}
 \end{array} \right\} V^B \leq V^M$$

B) Si la señal  $e^0$  se cumple, entonces:

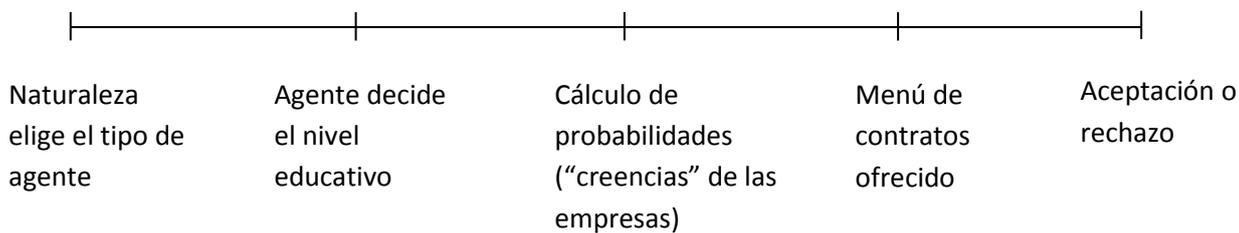
$$\begin{array}{l}
 \text{b.1) } e = e^0 \text{ si B} \\
 e = 0 \text{ si M}
 \end{array}$$

b.2)  $\text{Prob}(B \text{ si } e^0) = 1$

$\text{Prob}(B \text{ si } 0) = 0$

b.3) Los salarios son:  $w(e^0) = 2$  y  $w(0) = 1$

Por tanto, las creencias de las empresas (respecto al nivel educativo adquirido y los salarios que se pagarían para cada uno) son coherentes porque la “señal” enviada es informativa.



11) **EXAMEN FEBRERO** En Zaragoza existen academias privadas de idiomas que preparan para la superación del examen y la obtención del Certificado de Aptitud de la Escuela Oficial de Idiomas (EOI). Algunas de estas academias presentan en su plantilla un elenco de profesores altamente cualificados y preparados para el aprendizaje de idiomas, mientras que otras disponen de personal poco eficaz. El número de academias de bajo nivel es el doble de las de alto nivel. El precio que estaría dispuesto a pagar un alumno por el curso de formación de una academia de alto nivel es de 1.300 € mientras que por una academia de bajo nivel solo pagaría 900 €

Dado que no se difunden los porcentajes de aprobados de los alumnos que provienen de las distintas academias, el público en general tiene serias dificultades para distinguir la calidad de éstas. Ante esta situación, las academias de alto nivel se están planteando la posibilidad de señalar su calidad permitiendo a los alumnos que realicen su curso de formación, y que no superen el examen de la EOI en la primera convocatoria, asistir nuevamente al curso de formación de manera totalmente gratuita. La experiencia demuestra que los alumnos que han realizado un curso de formación sólo vuelven a repetirlo si no les supone coste alguno.

La probabilidad de que un alumno supere el examen de la EOI en primera convocatoria, habiendo asistido previamente al curso de formación de una academia de alto nivel, es  $p_a$ . Dicha probabilidad es  $p_b$  cuando la academia a la que se ha asistido es de bajo nivel. El coste de impartición del curso es de 500 € para las academias de alto nivel y de 300 € para las demás. Determine:

- Las dos restricciones de autoselección
- ¿Sería una señal creíble de calidad la oferta de realizar de nuevo, y gratuitamente, el curso de formación? ¿Deberían aplicarlo las academias de alto nivel? ¿Por qué?
- ¿Qué precio terminarían recibiendo las academias de alto nivel? ¿Y las de bajo?

a) 1ª restricción: Que a las academias de alto nivel les interese diferenciarse, ofreciendo la señal, frente a no diferenciarse.

$$(1300 - 500) - [(1 - p_a) \times 500] > 900 - 500$$

2ª restricción: Que a las academias de bajo nivel no les interese imitar ofreciendo también la señal.

$$(1300 - 300) - [(1 - p_b) \times 300] < 900 - 300$$

b) 1ª restricción:  $p_a > 0,2$

2ª restricción:

Para cualquier valor  $p_b \in [0,1]$  la 2ª restricción de autoselección no se cumple. Ello implica que la señal no sería creíble ya que las academias de bajo nivel acabarían imitando a las de alto nivel y ofreciendo también el nuevo curso gratuito.

Las academias de alto nivel no deberían aplicarlo, ya que acabarían cobrando el mismo precio que sin señal e incurriendo en un mayor coste.

c) Todas las academias acabarán recibiendo el mismo precio que sin señal, es decir:

$$\text{Precio} = \frac{(1300 \times 1) + (900 \times 2)}{3} = 1.033, \hat{3} \text{ €}$$

12) **EXAMEN AGOSTO** Dos parejas de novios, Carolina-Jack y Beatriz-Sergio, han decidido casarse el mismo día y sitio (la Iglesia de San Juan en Zaragoza) pero a distinta hora. Por este motivo, el párroco que celebrará ambas ceremonias seguidas, una después de la otra, los ha puesto en contacto para saber si van a utilizar adornos florales y si quieren compartirlos. Es decir, si se adorna la iglesia en la primera ceremonia, los siguientes novios también podrían utilizar los mismos adornos posteriormente.

Se piensa que la valoración que la pareja Carolina-Jack dan a que haya flores en la ceremonia es de 80, con probabilidad  $p$ , y de 0 con probabilidad  $1-p$ . Del mismo modo se considera que la pareja Beatriz-Sergio valoran tener adornos en 100, con probabilidad  $r$ , y en 0 con probabilidad  $1-r$ . Los costes florales estándar de adornar la iglesia ascenderían a 60 euros en total, y serán abonados a partes iguales por ambas parejas en caso de que ambas manifiesten querer las flores.

El párroco les pregunta si quieren poner flores conjuntamente. Basta que una de las parejas quiera que los adornos se pongan para que finalmente se adorne la iglesia a última hora de la mañana para casar a ambas parejas por la tarde, pero su coste será pagado enteramente por la persona que lo manifieste. Si nadie quiere poner adornos, no se pondrán finalmente. La verdadera valoración de ambas parejas es poner flores en la iglesia.

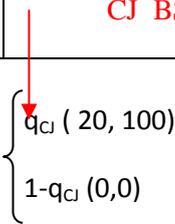
a) Deduzca la restricción de compatibilidad de incentivos para cada individuo y calcule los valores de  $p$  y  $r$  que las hacen compatibles con el ofrecimiento de contribuir al pago de los adornos florales justamente cuando es verdaderamente valorado por cada pareja en cuestión.

b) Partiendo del apartado anterior. Suponga que finalmente  $r = 0,80$  y  $p = 0,6$  ¿Se adornará la iglesia? ¿Quién/es pagarán?

c) Partiendo del primer apartado a, suponga ahora que aunque Carolina-Jack manifiesten querer flores, y Beatriz y Sergio no, existe una probabilidad  $q_{CJ}$  de que Carolina y Jack accedan a ponerlas y  $1 - q_{CJ}$  de que no accedan. Beatriz y Sergio continúan su mismo esquema de decisión. Siendo  $p = 0,7$  y  $r = 0,21$ , ¿qué valores de  $q_{CJ}$  hacen compatibles las revelaciones sinceras de pagar?

Matriz de pagos (beneficios – costes asumidos) de Able y Baker

		Carolina-Jack (CJ)	
		Flores (p)	No flores (1-p)
Beatriz-Sergio (BS)	Flores (r)	(50,70) CJ BS	(80,40) CJ BS
	No flores (1-r)	(20,100) CJ BS	(0,0) CJ BS



$\left\{ \begin{array}{l} q_{CJ} (20, 100) \\ 1 - q_{CJ} (0, 0) \end{array} \right.$

- a) La restricción de compatibilidad de incentivos para Carolina-Jack es que la ganancia de revelar su verdadera valoración sea la de poner flores:  $70r + 20(1-r)$ , sea mayor que no decir la verdad (no poner flores):  $80r + 0(1-r)$ :

$$50r + 20(1-r) \geq 80r + 0(1-r)$$

Resolviendo  $r \leq 2/5 = 0,40$

La restricción de compatibilidad de incentivos para Beatriz-Sergio es que la ganancia de poner flores:  $20p + 40(1-p)$  sea mayor que no ponerlas:  $100p + (1-p)(-10)$

$$70p + 40(1-p) \geq 100p + (1-p)(0)$$

Resolviendo  $p \leq 4/7 = 0,57$

- b) No se pondrán flores porque no cumplen las restricciones
- c) La restricción de compatibilidad de incentivos para Carolina-Jack es que la ganancia de revelar su verdadera valoración sea la de poner flores:  $50r + (1-r)[20q_{CJ} + (1-q_{CJ})0]$ , sea mayor que no decir la verdad (no poner flores):  $80r + 0(1-r)$ :

$$50r + (1-r)[20q_{CJ} + (1-q_{CJ})0] \geq 80r + 0(1-r)$$

Resolviendo con  $r=0,21$

$$q_{CI} \geq 0,39$$

La restricción de compatibilidad de incentivos para Beatriz-Sergio es que la ganancia de poner flores:  $70p + 40(1-p)$  sea mayor que no ponerlas:  $p[100q_{CI} + (1-q_{CI})(0)] + (1-p)0$

$$70p + 40(1-p) \geq p[100q_{CI} + (1-q_{CI})(0)] + (1-p)0$$

Resolviendo con  $p=0,7$

$$q_{CI} \leq 0,87$$